

Asymptoten, perforatie en linkertop

6 maximumscore 4

- $f_5(x) = \frac{2x(2x-5)+4}{2x-5} = 2x + \frac{4}{2x-5}$ (voor $x \neq 2\frac{1}{2}$) 1
 - Een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = 2x$ (, want $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2x-5} = 0$) 1
 - $\cos \beta = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|} (= \frac{2}{\sqrt{5}})$ (of $\tan \beta = \frac{1}{2}$) 1
 - $\beta \approx 27^\circ$ (of nauwkeuriger) 1
- of
- $f_5(x) = \frac{2x(2x-5)+4}{2x-5} = 2x + \frac{4}{2x-5}$ (voor $x \neq 2\frac{1}{2}$) 1
 - Een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = 2x$ (, want $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2x-5} = 0$) 1
 - $\tan \alpha = 2$ (dus $\alpha \approx 63^\circ$), waarbij α de hellingshoek is van de scheve asymptoot 1
 - $\beta (= 90^\circ - \alpha) \approx 27^\circ$ (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

7 maximumscore 7

- $f'_a(x) = \frac{(8x-10) \cdot (2x-a) - (4x^2-10x+4) \cdot 2}{(2x-a)^2}$ 1
- $f'_a(x) = 0$ geeft $8x^2 - 8ax + 10a - 8 = 0$ 2
- De oplossingen van deze vergelijking zijn

$$x = \frac{-8a \pm \sqrt{(-8a)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (10a - 8)}}{2 \cdot 8}$$
 (of voor de linkertop geldt:

$$x = \frac{-8a - \sqrt{(-8a)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (10a - 8)}}{2 \cdot 8}$$
) 1
- Voor de linkertop geldt: $x = \frac{8a - \sqrt{64a^2 - 320a + 256}}{16}$ 1
- De linkertop ligt op de y-as als $\sqrt{64a^2 - 320a + 256} = 8a$ 1
- Exact oplossen van $\sqrt{64a^2 - 320a + 256} = 8a$ geeft $a = \frac{4}{5}$ 1

8 maximumscore 6

- (a moet zo gekozen worden, dat geldt:) $4x^2 - 10x + 4 = 0$ heeft dezelfde oplossing als $2x - a = 0$ 1
- $4x^2 - 10x + 4 = 0$ exact oplossen geeft $x = \frac{1}{2}$ of $x = 2$ 1
- $x = \frac{1}{2}$ geeft $a = 1$, $x = 2$ geeft $a = 4$ (dus de grootste waarde van a is 4) 1
- f_4 herleiden tot $f_4(x) = 2x + \frac{-2x+4}{2x-4}$ 1
- $f_4(x) = 2x - 1$ (voor $x \neq 2$) 1
- Dus de coördinaten van de perforatie zijn (2, 3) 1

of

- (a moet zo gekozen worden, dat geldt:) $4x^2 - 10x + 4 = 0$ heeft dezelfde oplossing als $2x - a = 0$ 1
- $2x - a = 0$ exact oplossen geeft $x = \frac{1}{2}a$; substitutie in $4x^2 - 10x + 4 = 0$ geeft $a^2 - 5a + 4 = 0$ 1
- Exact oplossen van $a^2 - 5a + 4 = 0$ geeft $a = 1$ of $a = 4$ (dus de grootste waarde van a is 4) 1
- f_4 herleiden tot $f_4(x) = 2x + \frac{-2x+4}{2x-4}$ 1
- $f_4(x) = 2x - 1$ (voor $x \neq 2$) 1
- Dus de coördinaten van de perforatie zijn (2, 3) 1

Opmerking

Als niet $a = 4$, maar $a = 1$ gekozen is, leidend tot het antwoord $(\frac{1}{2}, -3)$, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.